

تقدير معلمات توزيع الرياح الترابية لمدينة الديوانية

شيماء كاظم صاحب
كلية علوم الحاسوب والرياضيات

أ.د. إحسان كاظم شريف القرشي
رئيس جامعة القادسية

Recived :26\2\2014

Recived :31\3\2014

Accepted :16\4\2014

الخلاصة

تم في هذا البحث المقارنة بين مقدرات الإمكان الأعظم و مقدرات البيز لمعلمة القياس ومعلوية توزيع رايلي والتوزيع الطبيعي. وباستخدام بيانات حقيقية لكل من (درجة الحرارة, سرعة الرياح, نسبة الغبار) لمدينة الديوانية للفترة من 1998 إلى 2010 بالنسبة لدرجة الحرارة وسرعة الرياح ومن 1990 إلى 2008 لنسبة الغبار, واعتمد المقياس الإحصائي متوسط مربع الخطأ ومتوسط مربع الخطأ النسبي المطلق كأساس للمقارنة, وتوصل إلى أن مقدر توسيع بيز عندما $C1 = 3$ هي الأفضل في كل من درجة الحرارة العظمى والصغرى وسرعة الرياح, أما في نسبة الغبار فان التقدير بطريقة الإمكان الأعظم هي الأفضل.

Abstract

This paper compares between maximum likelihood and bayes estimators of scale parameter and reliability (of Rayleigh distribution and the normal distribution) according to actual data of temperature, wind speed and dust ratio of Ad-Diwaniya city from interval 1998 to 2010 of temperature and wind speed and from 1990 to 2008 to dust ratio, The statistical scale used is mean square error and mean absolute percentage error as a base of comparison. it is concluded that bayes extension estimator when $C1=3$ is the best in temperature (max.,min.) and wind speed, but Maximum likelihood estimator is the best in dust ratio.

1- المقدمة

حظيت الظواهر الجوية على اهتمام العلماء والباحثين في مختلف المجالات والاختصاصات وعولوا على دراستها وتحليل مسبباتها ولعل من أهم تلك الظواهر هي ظاهرة الرياح الغبارية التي تحدث في أكثر دول العالم ومنها العراق, حيث أثبتت الدراسات إن (درجة الحرارة, سرعة الرياح ونسبة الغبار) مرتبطة مع بعضها البعض وتسبب ظاهرة الرياح الغبارية⁽¹³⁾ حيث تعرف ظاهرة الرياح الغبارية على أنها كتلة كبيرة من الهواء الحاملة للدقائق الغبارية, والتي تسير بسرعة عالية جداً إذ تكون سرعة الرياح فيها أكثر من (30 كم/ساعة) مما يسبب انخفاضاً واضحاً في مدى الرؤية⁽³⁾, وكذلك تعرف على أنها عبارة عن حبيبات صغيرة الحجم لا تتجاوز أقطارها عن (100 مايكرو متر) تنشأ مع رياح شديدة سرعتها حوالي (8 متر / ثانية فأكثر) وتكون محملة بالأتربة المنقولة من التربة السطحية المفككة في المناطق

ا.م. احسان كاظم/ شيماء كاظم

الجافة حيث تعمل تلك الرياح على رفع الغبار إلى ارتفاعات عالية تبلغ عدة آلاف من الأمتار وتؤدي إلى خفض مدى الرؤية الأفقية إلى أقل من (1 كيلو متر) حيث تتقدم جبهة العاصفة الغبارية كجدار غباري مرتفع (يعلو ليصل حتى 3000 متر تقريبا) وعريض بعرض عشرات بل مئات الكيلومترات **وحسب التعريف الاتوائي :-** هي تدني مدى الرؤية دون 1000 م وان تكون سرعة الرياح أكثر من 7م/ثا . ويعرفها الجغرافيون بأنها: غيمة من الأتربة المتحركة مع الهواء والتي تزداد فيها كثافة الأتربة بحيث يقل مدى الرؤية عن 1كم مع سرعة الرياح 7م/ثا أو أكثر⁽⁶⁾.

وللتقليل من آثار العواصف الغبارية هنالك بعض الاجراءات التي من الممكن اتخاذها وهي⁽⁴⁾:

- 1 - اعتماد نظام المصدات النباتية للتقليل من سرعة الرياح الشديدة المتسببة في تكرار العواصف الغبارية.
- 2 - تثبيت التربة ومنع تفككها وذلك من خلال زراعتها بانواع مختلف من النباتات ورشها بالمخلفات البترولية (من اجل المساهمة في وقاومتها للرياح).
- 3 - محاربة التصحر من خلال انشاء السدود الاروائية وايصال المياه الى المناطق التي تعاني من التصحر من خلال استحداث قنوات الري.

ومن اهم المشاريع لمكافحة العواصف الغبارية في العراق هو مشروع الحزام الاخضر اضافة الى مشاريع تثبيت الكثبان الرملية وتنمية الواحات الغربية ومشروع النبات الطبيعي والتي تقوم بها الهيئة العامة للتصحر في وزارة الزراعة في محافظات (واسط، ذي قار، الديوانية، المثنى).

ويمكن تلخيص اهمية انشاء الاحزمة الخضراء حول المدن بالنقاط التالية:

- 1 - تعتبر غطاء نباتي يقوم كسد في مواجهة الرياح.
- 2 - تحول دون استمرار التدهور البيئي.
- 3 - توفر للانسان ظروف بيئية مناسبة كي يمارس فعالياته في اجواء صحية.
- 4 - تمثل طوق اماميا لحماية المدن وسكانها من وصول الاتربة الى جو المدينة.
- 5 - تساهم في تثبيت التربة والحيلولة دون ازدياد ظاهرة التصحر

2- أهمية البحث

تكمن خطورة الظواهر الطبيعية في التأثيرات الضارة لها على الكائنات الحية النباتية والحيوانية صغيرة كانت أم كبيرة كذلك تأثيراتها على الإنسان نفسه كما لها اثار جانبية على شتى مجالات الحياة . وقد تم الحصول على نسب المصابين بمرض " الربو " والمراجعين لمستشفى الديوانية جراء كثرة حدوث هذه الظاهرة للأعوام (2010 , 2011 , 2012) حيث بلغ عدد المصابين (31927 , 23108 , 21471) مصاب على التوالي . أي أن 32.88 % من مراجعي استشارية الأمراض التنفسية يكونوا من المصابين بمرض الربو جراء حدوث الرياح الترابية.

3- هدف البحث

معرفة التوزيع الاحتمالي الذي يمثل الظواهر الطبيعية (درجة الحرارة , سرعة الرياح و نسبة الغبار) لمدينة الديوانية ومن ثم تقدير معلمة التوزيع وتقدير دالة المعولية له . حيث تساهم هذه المعرفة إلى القدرة على التنبؤ بأوقات حدوث الرياح الغبارية خلال مدة زمنية متعاقبة .

ا.م. احسان كاظم/ شيماء كاظم

4- ادبيات البحث

- في عام (2000) قام الباحث (LIN Jin-guan) بتقدير معلمة توزيع رايلي باستخدام الإمكان الأعظم والبيز و اقل مخاطرة لتقدير Equivariant للمعلمة تحت دالة الخسارة التريبيعية ودالة الخسارة المرافقة⁽¹²⁾
- نظراً لأن العواصف الغبارية هي ظاهرة شملت الوطن العربي بصورة عامة وليس العراق فحسب فقدم الباحث (Kutiel H) في عام (2003) بحثاً اظهر فيه إن منطقة الشرق الأوسط تأتي بالدرجة الثانية من حيث تأثرها بالعواصف الترابية في العالم بعد إفريقيا كما أوضح إن الصحاري تسهم بحوالي (40-66 %) من الغبار الكلي وان دقائق الغبار يمكن إن تنتقل إلى حوالي (4000كم) بعيداً عن المصدر⁽¹³⁾
- في عام (2007) قامت الباحثة (صبا صباح أحمد الجميلي) بمقارنة مقدري معلمة ودالة المعولية لتوزيع رالي ذي المعلمة الواحدة للبيانات التامة باستعمال طريقة الإمكان الأعظم وطريقة العزوم وطريقة المربعات الصغرى (طريقة وايت) وطريقة بيز القياسية وتوصلت إلى أن مقدر المربعات الصغرى هو الأفضل . ولبيانات المراقبة من النوع الأول قارنت بين مقدر الإمكان الأعظم ومقدر بيز القياسي باستعمال دالة خسارة مربع الخطأ وتوصلت إلى إن مقدر الإمكان الأعظم هو الأفضل . واعتمدت على نتائج المحاكاة بطريقة مونت كارلو للمقياسين متوسط مربعات الخطأ ومتوسط الخطأ النسبي المطلق⁽¹⁾
- في عام (2009) قدمت الباحثة (إزهار كاظم الحميداوي) دراسة كانت تهدف إلى توظيف إمكانية استخدام تقنيات التحسس النائي في استنباط معلومات مهمة وحقيقية عن ظاهرة العواصف الغبارية وذلك من خلال صور القمر الصناعي . وتوصلت إلى انه تم الحصول على صور متعاقبة لعاصفة غبارية حدثت فوق منطقة الدراسة وهذا أعطى إمكانية لتتبع حركة العاصفة ومساراتها وأيضاً تقدير سرعتها ومن خلال مقارنة النتيجة التي تم التوصل إليها بواسطة هذه الطريقة مع القياسات الانوائية تم تأكيد دقة هذه الطريقة⁽³⁾
- في عام (2011) قام الباحثان (SANKU DEY) و (TANUJIT DAY) بنشر بحث لإيجاد مقدرات بيز لمعلمة توزيع رايلي باستخدام توسيع مسبق (جيفري) بدالة خسارة جديدة واشتقاق فترة الموثوقية للمعلمة وذلك بالاعتماد على بيانات سرعة الرياح, حيث توصل إلى إن مقدر بيز أفضل من مقدر M.L.E وذلك بالاعتماد على اختبار حسن المطابقة KS مستند على بيانات سرعة الرياح⁽⁹⁾

ا.م. احسان كاظم/شيماء كاظم

5- الجانب النظري

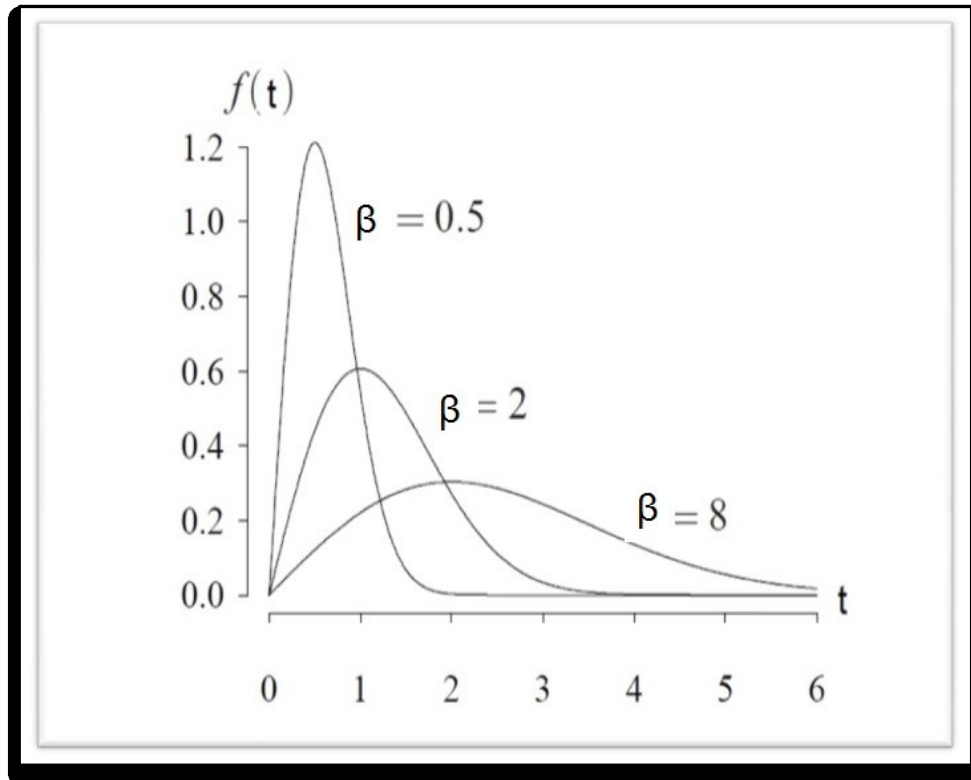
توزيع رايلي : Rayleigh distribution (8,9)

أن توزيع رايلي هو أحد التوزيعات الاحتمالية المستمرة وقد أكتشف من قبل العالم الفيزيائي (Lord Rayleigh) المولود في سنة 1842. وقد أشتق رايلي هذا التوزيع في سنة 1880 من غزارة الصوت الناتج من العديد من مصادر مستقلة. من الجدير بالذكر إن هذا التوزيع يستخدم كنموذج لسرعة الرياح , وكذلك يصف توزيع سرعة الرياح على مدة من الزمن و يستخدم في دراسة الأمراض السريرية , الفيزياء , الطاقة وغيرها .

أن دالة الكثافة الاحتمالية (p.d.f) لتوزيع رايلي ذو المعلمة الواحدة هي كالآتي :-

$$f(t; \beta) = \frac{2t}{\beta} e^{-\frac{t^2}{\beta}} \quad ; t, \beta > 0 \quad \dots (1)$$

وهو حالة خاصة من توزيع وبيبل ذو معلمتين عندما تكون معلمة الشكل تساوي 2. والشكل التالي يبين رسمها بيانياً بأخذ قيم مختلفة للمعلمة β



الشكل يبين دالة الكثافة الاحتمالية لتوزيع رايلي عندما ($\beta = 0.5, 2, 8$)

ا.م. احسان كاظم/ شيماء كاظم

بصورة عامة إن توزيع رايلي هو أحد التوزيعات المستمرة الشائعة في حقل المعولية , ويمكن إيجاد دالة التوزيع

التجميعية (c.d.f) له باستخدام الصيغة (1) وعلى النحو الآتي :-

$$F(t; \beta) = P(T \leq t) = \int_0^t f(u) du = \int_0^t \frac{2u}{\beta} e^{-\frac{u^2}{\beta}} du = 1 - e^{-\frac{t^2}{\beta}}, t \geq 0 \quad \dots (2)$$

إما الدالة المعولية (Reliability Function) تعرف بأنها احتمال بقاء النظام يعمل بعد الزمن t على الأقل ($t > 0$) , أي خلال المدة الزمنية $(0, t)$ ويعبر عن الدالة المعولية رياضياً كالآتي⁽¹⁾ :-

$$R(t) = P(T > t) \quad t \geq 0$$

$$R(t) = \int_t^{\infty} f(u) du = e^{-\frac{t^2}{\beta}} \quad t \geq 0, \beta > 0 \quad \dots (3)$$

أما خصائص توزيع رايلي فتذكر في الجدول الآتي⁽²⁾ :-

جدول (1)

بعض خصائص توزيع رايلي

Properties	Formula
Mean	$\frac{\sqrt{\beta\pi}}{2}$
Median	$\beta^{\frac{1}{2}} (\ln(2))^{\frac{1}{2}}$
Mode	$\sqrt{\frac{\beta}{2}}$
Variance	$\beta \left(1 - \frac{\pi}{4}\right)$
Moment Generating Function (MGF)	$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{t^n \beta^{\frac{n}{2}} \sqrt{\pi}}{2 n!}$
Characteristic Function	$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(it)^n \beta^{\frac{n}{2}}}{n!} \Gamma\left(1 + \frac{n}{2}\right)$

ا.م. احسان كاظم/شيماء كاظم

Methods of estimation

6- طرق التقدير

هناك العديد من الطرق المستخدمة لتقدير معلمة التوزيع β ودالة المعولية وفيما يلي استعراض لطريقتين من طرق التقدير هما:

Maximum Likelihood Method (M.L.M.)

أولاً: طريقة الإمكان الأعظم

مبدأ طريقة الإمكان الأعظم يكمن في إيجاد تقدير $\hat{\beta}$ للمعلمة β الذي يجعل دالة الامكان L في نهايتها العظمى .
لكن t_1, t_2, \dots, t_n تمثل قياسات عينة عشوائية مسحوبة من مجتمع بدالة كثافة احتمالية معرفة في معادلة (1)، فإن دالة الإمكان هي (7):

$$L = \prod_{i=1}^n f(t_i, \beta)$$

$$L = \prod_{i=1}^n \left(\frac{2t}{\beta} e^{-\frac{t^2}{\beta}} \right) = \frac{2^n}{\beta^n} \prod_{i=1}^n t_i e^{-\frac{\sum_{i=1}^n t_i^2}{\beta}} \quad \dots (4)$$

وبأخذ اللوغاريتم الطبيعي In للمعادلة (4) :

$$\ln L = n \ln 2 - n \ln \beta + \sum_{i=1}^n \ln t_i - \frac{\sum_{i=1}^n t_i^2}{\beta} \quad \dots (5)$$

ثم نشتق المعادلة (5) بالنسبة إلى β ومساواتها بالصفر نحصل على :

$$\frac{\partial \ln L}{\partial \beta} = \frac{-n}{\beta} + \frac{\sum_{i=1}^n t_i^2}{\beta^2} = 0$$

ومنه نجد أن مقدر الإمكان الأعظم $\hat{\beta}_{MLE}$

$$\therefore \hat{\beta} = \frac{\sum_{i=1}^n t_i^2}{n} \quad \dots (6)$$

وطبقاً لخاصية الثبات Invariant property التي تتمتع بها مقدرات الإمكان الأعظم، فإن مقدر الدالة المعولية حسب طريقة الإمكان الأعظم سيكون:-

$$\therefore \hat{R}(t) = e^{-\frac{t^2}{\hat{\beta}}} \quad \dots (7)$$

Bayes Method

ثانياً: طريقة بيز

تعتمد نظرية بيز على استعمال المعلومات الأولية عن المعلمات غير المعروفة معتبراً أن هذه المعلمات متغيرات عشوائية، وباقتراض إن هذه المعلمات لها معلومات مسبقة (Prior Information) والتي يمكن صياغتها على شكل توزيع احتمالي يعرف بدالة الكثافة الاحتمالية المسبقة (Prior p.d.f) ويجري التعرف على هذه المعلومات من بيانات وتجارب سابقة أو من النظرية التي تحكم تلك الظاهرة. وكذلك تعتمد نظرية بيز على معلومات العينة الحالية المتمثلة بدالة الإمكان (Likelihood function) الخاصة بالمشاهدات وعليه بدمج دالة الكثافة الاحتمالية المسبقة للمعلمات $g(\beta)$ مع دالة الامكان L يتم الحصول على دالة الكثافة الاحتمالية اللاحقة للمعلمات (Posterior p.d.f).

ا.م. احسان كاظم/شيماء كاظم

لقد أشار الباحث Zellner⁽¹⁶⁾ على إن تحديد نوع دالة الكثافة الاحتمالية المسبقة يعتمد على طبيعة المعلومات الأولية والبيانات المتوفرة لدى الباحث.

أ - تقدير بيز باستخدام معلومات جيفري الأولية (1,9,10,12,15)

(Bayes Estimation Using Jeffery Prior Information)

يمكن إيجاد التوزيع المسبق للمعلمة β باستخدام معلومات جيفري الأولية كالآتي :-

$$g(\beta) \propto \sqrt{I(\beta)}$$

$$g(\beta) = k\sqrt{I(\beta)}$$

حيث إن k ثابت التناسب , $I(\beta)$ معلومات فيشر والتي تعرف بالصيغة الآتية:

$$I(\beta) = -nE\left(\frac{\partial^2 \ln f(t,\beta)}{\partial \beta^2}\right)$$

$$I(\beta) = \frac{n}{\beta^2}$$

وبافتراض أن $f(t; \beta)$ يمثل توزيع رايلي بالمعلمة الواحده فان:

$$\therefore g(\beta) = k \frac{\sqrt{n}}{\beta}$$

ويمكن إيجاد التوزيع اللاحق للمعلمة β بالاعتماد على معلومات العينة (t_1, t_2, \dots, t_n) كالآتي:

$$\pi_1(\beta/t_1, t_2, \dots, t_n) = \frac{(\sum_{i=1}^n t_i^2)^n}{\Gamma(n)} \left(\frac{1}{\beta}\right)^{n+1} e^{-\frac{\sum_{i=1}^n t_i^2}{\beta}} \quad \dots \quad (8)$$

ولإيجاد المقدر البيزي نعمل على تحديد دالة الخسارة , وهي الخسارة التي يمكن التعرض لها إذا تم تقدير المعلمة (β) بالمقدر $(\hat{\beta})$, هنالك أنواع عديدة من دوال الخسارة ومنها دالة الخسارة التربيعية (Square Loss Function) والمبينة في الصيغة الآتية :-

$$\ell(\hat{\beta}, \beta) = c(\hat{\beta} - \beta)^2, \hat{\beta} \neq 0 \quad \dots \quad (9)$$

إذ إن (c) يمثل قيمة ثابتة. وبافتراض أن $(c = 1)$

وبعد تحديد دالة الخسارة يتم إيجاد التوقع لها إذ يطلق على الدالة الناتجة بدالة المخاطرة إذ أن دالة مخاطرة بيز تساوي توقع دالة الخسارة وعلى النحو الآتي :-

$$E[\ell(\hat{\beta}, \beta)] = \int \ell(\hat{\beta}, \beta) \pi_1(\beta/t_i) d\beta$$

أن $(\hat{\beta})$ هو مقدر المعلمة (β) الذي يجعل توقع دالة الخسارة أقل ما يمكن , إذ أن مشكلة تقدير بيز هي إيجاد المقدر بحيث يمتلك أقل خطورة بيزية , وبالاعتماد على التوزيع اللاحق للمعلمة (β) يمكن الحصول على مقدر بيز وعلى النحو الآتي

-:

$$\begin{aligned}
 Risk &= E[\ell(\hat{\beta}, \beta)] \\
 &= E[(\hat{\beta} - \beta)^2] = \int_0^{\infty} (\hat{\beta} - \beta)^2 \pi_1(\beta/t_1, t_2, \dots, t_n) d\beta \\
 &= \int_0^{\infty} (\hat{\beta}^2 - 2\hat{\beta}\beta + \beta^2) \pi_1(\beta/t_1, t_2, \dots, t_n) d\beta \\
 &= [\hat{\beta}^2 \int_0^{\infty} \pi_1(\beta/t_1, t_2, \dots, t_n) d\beta - 2\hat{\beta} \int_0^{\infty} \beta \pi_1(\beta/t_1, t_2, \dots, t_n) d\beta + \int_0^{\infty} \beta^2 \pi_1(\beta/ \\
 &t_1, t_2, \dots, t_n) d\beta] \\
 &= [\hat{\beta}^2 (1) - 2\hat{\beta} \int_0^{\infty} \beta \pi_1(\beta/t_1, t_2, \dots, t_n) d\beta + \Psi(\beta)]
 \end{aligned}$$

وبأخذ المشتقة بالنسبة إلى مقدر المعلمة (β) وعلى النحو الآتي :-

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial Risk}{\partial \hat{\beta}} &= 2\hat{\beta} - 2 \int_0^{\infty} \beta \pi_1(\beta/t_1, t_2, \dots, t_n) d\beta + 0 \\
 \frac{\partial Risk}{\partial \hat{\beta}} &= 0
 \end{aligned}$$

فإن مقدر بيز سيكون حل المعادلة الآتية :-

وعليه فإن مقدر بيز سيمثل المتوسط الشرطي للتوزيع اللاحق الآتي :-

$$\hat{\beta}_{1SB} = \int_0^{\infty} \beta \pi_1(\beta/t_1, t_2, \dots, t_n) d\beta$$

وبالتعويض عن التوزيع اللاحق كما هو في الصيغة (8) فإن :

$$\hat{\beta}_{1SB} = \frac{\sum_{i=1}^n t_i^2}{\Gamma(n)} \int_0^{\infty} \left(\frac{1}{\beta}\right)^n e^{-\frac{\sum_{i=1}^n t_i^2}{\beta}} d\beta \quad \dots (10)$$

وبفرض

$$y = \frac{\sum_{i=1}^n t_i^2}{\beta} \quad \dots (11)$$

$$\therefore \beta = \frac{\sum_{i=1}^n t_i^2}{y} \quad \dots (12)$$

$$|J| = \left| \frac{d\beta}{dy} \right| = \left| -\frac{\sum_{i=1}^n t_i^2}{y^2} \right|$$

$$\therefore d\beta = \frac{\sum_{i=1}^n t_i^2}{y^2} dy \quad \dots (13)$$

وبتعويض المعادلات (11), (12), و(13) في المعادلة (10) نحصل على:

$$\begin{aligned}
 \hat{\beta}_{1SB} &= \frac{\sum_{i=1}^n t_i^2}{\Gamma(n)} \int_0^{\infty} y^{n-2} e^{-y} dy \\
 \therefore \hat{\beta}_{1SB} &= \frac{\sum_{i=1}^n t_i^2}{n-1} \quad \dots (14)
 \end{aligned}$$

ولتقدير الدالة المعولية , نستخدم الدالة الاحتمالية اللاحقة للمعلمة (β) وبما إن دالة الخسارة هي التربيعية , فإن مقدر الدالة المعولية هو كالاتي :-

$$\hat{R}(t)_{1SB} = \int_0^{\infty} R(t) \pi_1(\beta/t_1, t_2, \dots, t_n) d\beta \quad \dots (15)$$

ا.م. احسان كاظم/شيماء كاظم

وبتعويض الصيغتين (3) و (8) فان :-

$$\hat{R}(t)_{1SB} = \frac{(\sum_{i=1}^n t_i^2)^n}{\Gamma(n)} \int_0^\infty \left(\frac{1}{\beta}\right)^{n+1} e^{-\frac{(t^2 + \sum_{i=1}^n t_i^2)}{\beta}} d\beta \quad \dots (16)$$

وبفرض الأتي:-

$$y = \frac{t^2 + \sum_{i=1}^n t_i^2}{\beta} \quad \dots (17)$$

$$\therefore \beta = \frac{t^2 + \sum_{i=1}^n t_i^2}{y} \quad \dots (18)$$

$$|J| = \left| \frac{d\beta}{dy} \right| = \left| -\frac{(t^2 + \sum_{i=1}^n t_i^2)}{y^2} \right|$$

$$\therefore d\beta = \frac{t^2 + \sum_{i=1}^n t_i^2}{y^2} dy \quad \dots (19)$$

وبتعويض الصيغ (17), (18) و (19) في الصيغة (16) نحصل على :-

$$\begin{aligned} \hat{R}(t)_{1SB} &= \frac{(\sum_{i=1}^n t_i^2)^n}{\Gamma(n)} \int_0^\infty \left(\frac{t^2 + \sum_{i=1}^n t_i^2}{y}\right)^{-(n+1)} e^{-y \frac{t^2 + \sum_{i=1}^n t_i^2}{y^2}} dy \\ &= \frac{(\sum_{i=1}^n t_i^2)^n}{\Gamma(n)(t^2 + \sum_{i=1}^n t_i^2)^n} \int_0^\infty y^{n-1} e^{-y} dy = \left(\frac{t^2 + \sum_{i=1}^n t_i^2}{\sum_{i=1}^n t_i^2}\right)^{-n} \end{aligned}$$

$$\therefore \hat{R}(t)_{1SB} = \left(\frac{t^2 + \sum_{i=1}^n t_i^2}{\sum_{i=1}^n t_i^2}\right)^{-n} \quad \dots (20)$$

ب تقدير بيز باستخدام توسيع جيفري المقترح (5,9)

Bayes Estimation Using Proposed Extension Of Jeffery

يعرف توسيع مسبق جيفري هو كالأتي :-

$$g(\beta) \propto (I(\beta))^{c_1}, \quad c_1 \in R^+$$

$$g(\beta) = k \frac{n^{c_1}}{\beta^{2c_1}}$$

∴ الدالة الاحتمالية الشرطية للمعلمة β (التوزيع اللاحق)

$$\pi_2(\beta/t_1, t_2, \dots, t_n) = \frac{(\sum_{i=1}^n t_i^2)^{n+2c_1-1}}{\beta^{n+2c_1} \Gamma(n+2c_1-1)} e^{-\frac{\sum_{i=1}^n t_i^2}{\beta}} \quad \dots (21)$$

ألان نجد مقدر بيز للمعلمة β باستخدام دالة الخسارة التربيعية كالأتي :-

$$\begin{aligned} \hat{\beta}_{2SB} &= \int_0^\infty \beta \pi_2(\beta/t_1, t_2, \dots, t_n) d\beta \\ &= \int_0^\infty \frac{(\sum_{i=1}^n t_i^2)^{n+2c_1-1}}{\beta^{n+2c_1-1} \Gamma(n+2c_1-1)} e^{-\frac{\sum_{i=1}^n t_i^2}{\beta}} = \frac{(\sum_{i=1}^n t_i^2)^{n+2c_1-1}}{\Gamma(n+2c_1-1)} \int_0^\infty \beta^{-(n+2c_1-1)} e^{-\frac{\sum_{i=1}^n t_i^2}{\beta}} d\beta \end{aligned}$$

ا.م. احسان كاظم/شيماء كاظم

وبنفس الفرض في المعادلة (11), (12) و (13) نحصل على :-

$$\hat{\beta}_{2SB} = \frac{(\sum_{i=1}^n t_i^2)^{n+2c_1-1}}{\Gamma(n+2c_1-1)(\sum_{i=1}^n t_i^2)^{n+2c_1-2}} \int_0^\infty y^{n+c_1-3} e^{-y} dy = \frac{(\sum_{i=1}^n t_i^2)^{n+2c_1-1} \Gamma(n+2c_1-2)}{\Gamma(n+2c_1-1)(\sum_{i=1}^n t_i^2)^{n+2c_1-2}}$$

$$\therefore \hat{\beta}_{2SB} = \frac{\sum_{i=1}^n t_i^2}{n+2c_1-2} \quad \dots (22)$$

ولتقدير الدالة المعولية, نستخدم الدالة الاحتمالية اللاحقة للمعلمة (β) وبما إن دالة الخسارة هي التربيعية, فان مقدر الدالة المعولية هو كالاتي :-

$$\hat{R}_{2SB} = \int_0^\infty R(t) \pi_2(\beta/t_1, t_2, \dots, t_n)$$

وبتعويض الصيغتين (3) و (21) فان :-

$$\hat{R}_{2SB} = \int_0^\infty e^{-\frac{t^2}{\beta}} \frac{(\sum_{i=1}^n t_i^2)^{n+2c_1-1}}{\beta^{n+2c_1} \Gamma(n+2c_1-1)} e^{-\frac{\sum_{i=1}^n t_i^2}{\beta}} d\beta$$

$$= \int_0^\infty \frac{(\sum_{i=1}^n t_i^2)^{n+2c_1-1}}{\beta^{n+2c_1} \Gamma(n+2c_1-1)} e^{-\frac{\sum_{i=1}^n t_i^2 + t^2}{\beta}} d\beta$$

$$= \frac{(\sum_{i=1}^n t_i^2)^{n+2c_1-1}}{\Gamma(n+2c_1-1)} \int_0^\infty \beta^{-(n+2c_1)} e^{-\frac{\sum_{i=1}^n t_i^2 + t^2}{\beta}} d\beta \quad \dots (23)$$

وبتعويض الصيغ (17), (18) و (19) في الصيغة (23) نحصل على :-

$$\hat{R}_{2SB} = \frac{(\sum_{i=1}^n t_i^2)^{n+2c_1-1}}{\Gamma(n+2c_1-1)(\sum_{i=1}^n t_i^2 + t^2)^{n+2c_1-1}} \int_0^\infty y^{n+2c_1-2} e^{-y} dy$$

$$= \frac{(\sum_{i=1}^n t_i^2)^{n+2c_1-1} \Gamma(n+2c_1-1)}{\Gamma(n+2c_1-1)(\sum_{i=1}^n t_i^2 + t^2)^{n+2c_1-1}}$$

$$\therefore \hat{R}_{2SB} = \left(\frac{\sum_{i=1}^n t_i^2}{\sum_{i=1}^n t_i^2 + t^2} \right)^{n+2c_1-1} \quad \dots (24)$$

7- التوزيع الطبيعي Normal Distribution (11,14)

يعتبر التوزيع الطبيعي بحق واحد من أهم التوزيعات الاحتمالية الشائعة الاستخدام في النظرية الإحصائية, بسبب أن اغلب الظواهر الطبيعية تتبع هذا التوزيع. فاستخدامات هذا التوزيع تدخل في كافة الحقول والميادين كالزراعة والصناعة والطب والاجتماع وغيرها.

ويمكن التعبير عن دالة الكثافة الاحتمالية (p.d.f) للتوزيع الطبيعي كالاتي :-

$$f(t; \mu, \sigma) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \sigma} e^{-\frac{(t-\mu)^2}{2\sigma^2}} \quad -\infty \leq t \leq \infty \quad \dots (25)$$

حيث μ تمثل المتوسط, σ تمثل الانحراف المعياري

ا.م. احسان كاظم/ شيماء كاظم

$$R(t) = \int_t^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{(u-\mu)^2}{2\sigma^2}} du \quad \text{أما الدالة المعولية فتعطى كالآتي :}$$

$$Z = \frac{T-\mu}{\sigma} \quad \text{لكي نجد هذا التكامل نستخدم التحويل الآتي :}$$

بحيث أن Z توزيع طبيعي قياسي بمتوسط مساوي للصفر وتباين مساوي للواحد .

$$\phi(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{z^2}{2}} \quad \text{∴ دالة الكثافة الاحتمالية ل } Z \text{ هي :}$$

$$\Phi(z) = \int_{-\infty}^z \phi(z) dz \quad \text{∴ دالة التوزيع التراكمية ل } Z \text{ هي :}$$

$$F(t) = P[T \leq t] = P\left[\frac{T-\mu}{\sigma} \leq \frac{t-\mu}{\sigma}\right] = P\left[Z \leq \frac{t-\mu}{\sigma}\right] = \Phi\left[\frac{t-\mu}{\sigma}\right] \quad \text{أي أن}$$

أما الدالة المعولية هي

$$R(t) = 1 - \Phi\left[\frac{t-\mu}{\sigma}\right] \quad \dots (26)$$

7-1 طرق التقدير

أولاً: طريقة الإمكان الأعظم (M.L.M.) Maximum Likelihood Method

سبق وان تكلمنا عن هذه الطريقة أما الآن نجد دالة الإمكان للتوزيع لمعلمة القياس

σ على فرض أن معلمة الإزاحة μ معلومة كالآتي :

$$L = \prod_{i=1}^n f(t_i, \beta)$$

$$L = \left(\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma}\right)^n e^{-\frac{\sum_{i=1}^n (t_i-\mu)^2}{2\sigma^2}} \quad \dots (27)$$

نجد المشتقة الأولى للوغاريتم دالة الإمكان بالنسبة إلى σ ومساواتها بالصفر نحصل على

$$\hat{\sigma} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (t_i-\mu)^2}{n}} \quad \dots (28)$$

∴ طريقة الامكان تتصف بخاصية الثبات فان تقدير الدالة المعولية هو

$$\hat{R}(t) = 1 - \Phi\left[\frac{t-\mu}{\hat{\sigma}}\right] \quad \dots (29)$$

ثانياً: طريقة بيز Bayes Method

أ - تقدير بيز باستخدام معلومات جيفري الأولية

$$g(\sigma) = k \frac{\sqrt{n}}{\sigma} \quad \text{أن التوزيع المسبق للمعلمة } \sigma \text{ يكون بالشكل الآتي :}$$

وباستخدام دالة الخسارة التربيعية فان مقدر بيز

$$\hat{\sigma}_{1SB} = \frac{(\sum_{i=1}^n (t_i-\mu)^2)^{\frac{1}{2}}}{\sqrt{2(n-1)}} \quad \dots (30)$$

ا.م. احسان كاظم/شيماء كاظم

ولتقدير الدالة المعولية , نستخدم الدالة الاحتمالية اللاحقة للمعلمة (σ) وبما إن دالة الخسارة هي التربيعية , فان مقدر الدالة المعولية

$$\hat{R}(t)_{1SB}$$

$$= 1 - \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{\pi}} \left(\sum_{i=1}^n (t_i - \mu)^2 \right)^{\frac{1}{2}}$$

ب - تقدير بيز باستخدام توسيع جيفري المقترح

$$g(\sigma) = k \frac{n^{c_1}}{\sigma^{2c_1}}$$

يعرف توسيع مسبق جيفري هو كالاتي:

∴ مقدر توسيع بيز للمعلمة هو

$$\therefore \hat{\sigma}_{2SB} = \frac{(\sum_{i=1}^n (t_i - \mu)^2)^{\frac{n}{2} + c_1 - \frac{1}{2}} \Gamma(\frac{n}{2} + c_1 - 1)}{\sqrt{2} \Gamma(\frac{n}{2} + c_1 - \frac{1}{2}) (\sum_{i=1}^n (t_i - \mu)^2)^{\frac{n}{2} + c_1 - 1}} = \frac{(\sum_{i=1}^n (t_i - \mu)^2)^{\frac{1}{2}}}{\sqrt{2}(n + 2c_1 - 1)} \quad \dots (32)$$

أما تقدير الدالة المعولية فهو كالاتي :

$$\hat{R}_{2SB} = 1 - \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \left(\frac{(\sum_{i=1}^n (t_i - \mu)^2)^{\frac{n}{2} + c_1 - \frac{1}{2}} \Gamma(\frac{n}{2} + c_1 - \frac{1}{2})}{\Gamma(\frac{n}{2} + c_1 - \frac{1}{2}) (\sum_{i=1}^n (t_i - \mu)^2)^{\frac{n}{2} + c_1 - \frac{1}{2}}} \right) \quad \dots (33)$$

الجانب التجريبي

1- اختبار البيانات :-

بعد إن تم الحصول على البيانات الخاصة بالدراسة والمتمثلة بتكرار حدوث الرياح الترابية لمدينة الديوانية حيث تم اختبار بيانات (درجة لحرارة , سرعة الرياح) و (نسبة الغبار) للتأكد من مدى خضوعها لتوزيع رايلي والتوزيع الطبيعي على التوالي. وقد تم ذلك من خلال اختبار مربع كأي Chi-Squared (χ^2) حيث تم تطبيق هذه الاختبارات عن طريق برنامج التحليلات الإحصائية العالمي (Easy Fit 5.5 Professional) حيث كان حجم العينة المدروسة بالنسبة لدرجة الحرارة العظمى والصغرى ($n=153$), لسرعة الرياح ($n=142$) ونسبة الغبار ($n=180$).

2- اختبار مربع χ^2 لحسن المطابقة (Goodness of Fit Test) χ^2 :-

من اجل معرفة فيما إذا كانت البيانات تتوزع توزيع رايلي أو توزيع آخر تم اختبارها وفق اختبار χ^2 لحسن المطابقة الذي يعتبر من أكثر الاختبارات الإحصائية شيوعاً واستخداماً وذلك لأهميته البالغة ودقة النتائج. إن مبدأ هذا الاختبار هو تحديد الفرق بين التكرارات المشاهدة والتكرارات المتوقعة فإذا كان الفرق صغير جداً يتحقق على ضوءه مطابقة البيانات للتوزيع المقترض , وان الصيغة الرياضية لاختبار χ^2 يمكن توضيحها بالمعادلة الآتية:

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^k \frac{(O_i - E_i)^2}{E_i} \quad \dots (34)$$

ا.م. احسان كاظم/شيماء كاظم

حيث إن :-

O_i تمثل التكرار المشاهد للفئة i .

E_i تمثل التكرار المتوقع للفئة i .

k تمثل عدد الفئات .

3- فرضية الاختبار لتوزيع رايلي :-

H_0 : البيانات تتوزع توزيع رايلي

H_1 : البيانات لا تتوزع توزيع رايلي

1-3 نتائج الاختبار:-

قيمة χ^2 المحسوبة لدرجة الحرارة العظمى = 30.519

قيمة χ^2 المحسوبة لدرجة الحرارة الصغرى = 16.054

قيمة χ^2 المحسوبة لسرعة الرياح = 52.754

وهي أقل من قيمة (χ^2) الجدولية السالفة $(\chi^2) = 124.342$ ولمستوى معنوية (0.05) وعليه لا نرفض الفرضية الصفرية التي تقول بان هذه الظواهر التي تحدث في مدينة الديوانية تتبع توزيع رايلي .

4- فرضية الاختبار للتوزيع الطبيعي :-

H_0 : البيانات تتوزع توزيع طبيعي

H_1 : البيانات لا تتوزع توزيع طبيعي

1-4 نتائج الاختبار :-

قيمة χ^2 المحسوبة لنسبة الغبار = 69.453 وهي أقل من قيمة (χ^2) الجدولية السالفة $(\chi^2) = 124.342$

ولمستوى معنوية (0.05) وعليه لا نرفض الفرضية الصفرية التي تقول بان هذه الظواهر التي تحدث في مدينة الديوانية تتبع التوزيع الطبيعي .

5- نتائج طرائق التقدير :-

باستخدام طرائق التقدير التي ذكرت في الجانب التطبيقي لتقدير المعلمة والمعولية لتوزيع رايلي والتوزيع الطبيعي

, وكانت قيم المعلمة β لتوزيع رايلي مستخرجة عن طريق برنامج التحليلات الإحصائية العالمي (Easy Fit 5.5 Professional) حسب الظواهر كالأتي:

الحرارة العظمى $\beta = 25.999$

الحرارة الصغرى $\beta = 14.518$

سرعة الرياح $\beta = 1.7306$

كذلك قيمة المعلمة μ المستخرجة للتوزيع الطبيعي باعتباره ا قيمة معروفة كالأتي:

نسبة الغبار $\mu = 0.58889$

وباستخدام برنامج الأكسل فقد حصلنا على النتائج المبينة في الجداول الآتية لتقدير معلمة ومعولية التوزيعين

مجلة القادسية لعلوم الحاسوب والرياضيات المجلد (6) العدد (1)
السنة (2014)

ا.م. احسان كاظم/شيماء كاظم

جدول (2)

تقدير المعلمة باستعمال مقدرات الإمكان الأعظم ومقدرات بيز

المعلمت	الحرارة الصغرى	الحرارة العظمى	نسبة الغبار	سرعة الرياح	
β_{MLE}	392.413	1159.036	1.099	5.146	
β_{1BS}	394.995	1166.661	0.058	5.183	
β_{2BS}	C1=1	392.413	1159.036	0.058	5.146
	C1=2	387.350	1144.081	0.057	5.075
	C1=3	382.415	1129.506	0.056	5.005

حيث أن :-

β_{MLE} : هو تقدير المعلمة بطريقة الإمكان الأعظم

β_{1BS} : هو تقدير المعلمة بطريقة البيز باستعمال معلومات جيفري الأولية

β_{2BS} : هو تقدير المعلمة بطريقة البيز باستعمال توسيع جيفري

بأخذ قيم مختلفة لثابت التناسب $C1$ أي ($C1=1,2,3$) يلاحظ عندما ($C1 = 1$) فان التقدير بطريقة البيز لتوسيع جيفري يكون مساوي لتقدير الإمكان الأعظم.

جدول (3)

تقدير الدالة المعولية لتوزيع رايلي (حرارة الصغرى)

T	R_{mle}	R_{1SB}	$R_{2SB}, C1 = 1$	$R_{2SB}, C1 = 2$	$R_{2SB}, C1 = 3$
5.900	0.915	0.915	0.915	0.914	0.912
7.800	0.856	0.856	0.856	0.854	0.852
11.200	0.726	0.727	0.725	0.722	0.719
18.000	0.438	0.439	0.437	0.432	0.427
22.800	0.266	0.267	0.265	0.261	0.256
27.400	0.148	0.149	0.148	0.144	0.140
28.600	0.124	0.126	0.124	0.121	0.118
29.000	0.117	0.119	0.117	0.114	0.111
24.600	0.214	0.216	0.213	0.209	0.205
18.300	0.426	0.427	0.425	0.420	0.415

جدول (4)

تقدير الدالة المعولية لتوزيع رايلي (سرعة الرياح)

ا.م. احسان كاظم/شيماء كاظم

6- نتائج المقارنة :-

تمت عملية المقارنة لمقدرات الدالة المعولية لتوزيع رايلي والتوزيع الطبيعي وذلك باستعمال المعايير

١ - متوسط مربعات الخطأ (MSE)

أن صيغة متوسط مربعات الخطأ كالاتي:-

$$MSE(\hat{R}(t)) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (\hat{R}_i(t) - R(t))^2 ,$$

$$i = 1, 2, \dots, n \quad \dots (35)$$

بحيث إن :-

$R(t)$: تقدير المعولية حسب الصيغة (3).

$\hat{R}(t)$: تقدير المعولية بالطريقتين الإمكان الأعظم والبيز.

n : عدد المشاهدات .

٢ - متوسط الخطأ النسبي المطلق (MAPE)

أن صيغة متوسط الخطأ النسبي المطلق كالاتي:-

$$MAPE(\hat{R}(t)) =$$

$$\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left| \frac{\hat{R}_i(t) - R(t)}{R(t)} \right| ; \quad i = 1, 2, \dots, n \quad \dots (36)$$

أن المؤشر الإحصائي الأول عبارة عن التباين مضافا إليه مربع التحيز وهو مؤشر عام للمقارنة بين كفاءة المقدرات , أما المؤشر الثاني فهو مؤشر نسبي يستخدم للمقارنة بين أفضلية المقدرات في حالة كون المجتمعات مختلفة وللمقارنة الدقيقة.

1-6 نتائج مقارنة الدالة المعولية لطرائق التقدير المختلفة

الجدول الآتي يبين متوسط مربع الخطأ للدالة المعولية مقارنة مع طرائق التقدير الأخرى .

جدول رقم (7)

متوسط مربع الخطأ للدالة المعولية

		الحرارة الصغرى	الحرارة العظمى	نسبة الغبار	سرعة الرياح
	MSE1	0.269	0.225	0.000	0.094
	MSE2	0.269	0.226	0.110	0.095
MSE3	MSE3a	0.268	0.224	0.110	0.093
	MSE3b	0.265	0.221	0.110	0.091
	MSE3d	0.263	0.218	0.110	0.088

ا.م. احسان كاظم/شيماء كاظم

حيث أن :-

$MSE1$: متوسط مربع الخطأ لمقدر الإمكان الأعظم

$MSE2$: متوسط مربع الخطأ لمقدر بيز

$MSE3$: متوسط مربع الخطأ لمقدر لتوسيع جيفري بحيث أن

$MSE3a$: متوسط مربع الخطأ لمقدر توسيع جيفري عند فرض أن $c1 = 1$

$MSE3b$: متوسط مربع الخطأ لمقدر توسيع جيفري عند فرض أن $c1 = 2$

$MSE3d$: متوسط مربع الخطأ لمقدر توسيع جيفري عند فرض أن $c1 = 3$

من ملاحظة الجدول أعلاه يتضح أن مقدر توسيع بيز عندما $C1 = 3$ هي الأفضل في كل من درجة الحرارة العظمى والصغرى وسرعة الرياح، أما في نسبة الغبار فان التقدير بطريقة الإمكان الأعظم هي الأفضل. الجدول الآتي يبين متوسط الخطأ النسبي المطلق للدالة المعولية مقارنة مع طرائق التقدير الأخرى.

جدول رقم (8)

متوسط الخطأ النسبي المطلق للدالة المعولية

		الحرارة الصغرى	الحرارة العظمى	نسبة الغبار	سرعة الرياح
$MAPE1$		464.689	422.147	0.000	425.339
$MAPE2$		465.665	423.203	0.486	426.454
$MAPE3$	$MAPE3a$	463.958	421.188	0.486	424.257
	$MAPE3b$	460.581	417.199	0.486	419.910
	$MAPE3d$	457.254	413.264	0.486	415.623

حيث أن

$MAPE1$: متوسط الخطأ النسبي المطلق لمقدر الإمكان الأعظم .

$MAPE2$: متوسط الخطأ النسبي المطلق لمقدر بيز.

$MAPE3$: متوسط الخطأ النسبي المطلق لتوسيع بيز بحيث أن

$MAPE3a$: متوسط الخطأ النسبي المطلق لمقدر توسيع جيفري عند فرض أن $c1 = 1$

$MAPE3b$: متوسط الخطأ النسبي المطلق لمقدر توسيع جيفري عند فرض أن $c1 = 2$

$MAPE3c$: متوسط الخطأ النسبي المطلق لمقدر توسيع جيفري عند فرض أن $c1 = 3$

من الجدول أعلاه يتضح أن تقدير بطريقة توسيع بيز عندما $C1=3$ هي الأفضل في كل من درجة الحرارة العظمى والصغرى وسرعة الرياح، أما في نسبة الغبار فان التقدير بطريقة الإمكان الأعظم هي الأفضل.

Results

الاستنتاجات

من تحليل البيانات توصلت الباحثة إلى الاستنتاجات الآتية:-

- ١ - بالإمكان معرفة التوزيع الاحتمالي لمكونات لرياح الغبارية.
- ٢ - من خلال اختبار جودة المطابقة لمعرفة التوزيع الاحتمالي للعوامل المسببة للعواصف الغبارية لمدينة الديوانية (درجة الحرارة، سرعة الرياح، نسبة الغبار) تبين ما يلي:-
 - أن درجة الحرارة (العظمى والصغرى) تتوزع توزيع رايلي.
 - أن سرعة الرياح تتوزع توزيع رايلي.
 - أن نسبة الغبار تتوزع توزيع طبيعي.
- ٣ - لمقارنة طرائق التقدير ومعرفة أفضلها تم التوصل إلى ما يلي:-
 - أ - عند حساب معيار متوسط مربع الخطأ:
 - درجة الحرارة: أن مقدر توسيع بيز عندما $C1=3$ هو الأفضل (العظمى والصغرى).
 - سرعة الرياح: أن مقدر توسيع بيز عندما $C1=3$ هو الأفضل.
 - نسبة الغبار: أن مقدر الإمكان الأعظم هو الأفضل.
 - ب - عند حساب معيار متوسط الخطأ النسبي:
 - درجة الحرارة: أن مقدر توسيع بيز عندما $C1=3$ هو الأفضل (العظمى والصغرى).
 - سرعة الرياح: أن مقدر توسيع بيز عندما $C1=3$ هو الأفضل.
 - نسبة الغبار: أن مقدر الإمكان الأعظم هو الأفضل.

Recommendation

التوصيات

تأسياً لنتائج البحث يمكن للباحثة أن توصي بالآتي:-

- ١ - أتباع طرائق الاستدلال الإحصائي لمعرفة توزيع الظواهر الجوية مما يسهل القدرة على التنبؤ بأوقات حدوث الغبار خلال مدة زمنية متعاقبة.
- ٢ - اعتماد طريقة (بيز الاعتيادية وتوسيع بيز) عند تقدير معولية درجة الحرارة (العظمى والصغرى).
- ٣ - اعتماد طريقة (بيز الاعتيادية وتوسيع بيز) عند تقدير معولية سرعة الرياح.
- ٤ - اعتماد طريقة الإمكان الأعظم عند تقدير معولية نسبة الغبار.
- ٥ - إجراء مقارنة بين نتائج دراسة الباحثة مع الدراسات التي قدرتها دائرة الأنواء الجوية.

ا.م. احسان كاظم/شيماء كاظم

المراجع والمصادر

1. أجميلي, صبا صباح أحمد, (2007), " مقارنة بعض طرائق تقدير المعلمة والمعولية لأنموذج رايلي للفشل لبيانات تامة وبيانات تحت المراقبة من النوع الأول باستخدام المحاكاة", رسالة ماجستير, كلية الإدارة والاقتصاد – جامعة بغداد.
2. أجميلي, صبا صباح أحمد, (2011), " مقارنة مقدرات بيز لدالة المعولية لأنموذج ويبل للفشل باستعمال دوال خسارة مختلفة مع تطبيق عملي", أطروحة دكتوراه, كلية الإدارة والاقتصاد -جامعة بغداد.
3. الحميداوي, أزهار كاظم, (2009), " تمييز بعض الحالات الغبارية باستخدام صور القمر الاصطناعي تيرا مودس", رسالة ماجستير, كلية العلوم – الجامعة المستنصرية.
4. عبد الحسين, زينب علي, (2007), " مقارنة بعض طرائق تقدير معلمات توزيع كميل للقيمة المتطرفة العظمى باستخدام المحاكاة مع تطبيق عملي على العواصف الغبارية", رسالة ماجستير, كلية الإدارة والاقتصاد-جامعة بغداد.
5. الكتبي, هديل سليم, (2005), " حول مقارنة طرق تقدير معلمة ودالة البقاء لتوزيع الآسي باستخدام المحاكاة", أطروحة دكتوراه, كلية التربية – ابن الهيثم.
6. اللامي, هدى عباس حميد, (2012), " الغبار في العراق", بحث منشور, ر. منجین جويين إقدم, الهيئة العامة للأنواء الجوية والرصد الزلزالي.
7. هرمرز, اميرحنا, (1990), " الإحصاء الرياضي", دار الكتب للطباعة والنشر, الموصل.
8. Aktas ,S. (2011), "Quantile Function For Rayleigh Distribution Kapasitans-Voltaj(c-v)", AKU-J. Sci. (9-12).
9. Dey ,S. & Dey ,T. (2011), "Rayleigh Distribution Revisited Via Extension Of Jeffreys Prior Information And A New Loss Function", Revstat – Statistical Journal , Vol.9,No.3,PP.213-226.
10. Dey,S. (2009), " Comparison of Bayes Estimators of the Parameter and Reliability Function for Rayleigh Distribution under Different Loss functions", Malaysian Journal of Mathematical Sciences 3(2): 249-266 .
11. Ebeling,C.E. (1997), " An Introduction to Reliability and Maintainability Engineering", McGraw-Hill Companies.
12. Jin-gan, L. (2000), "Parameter Estimation of Rayleigh Distribution", Chinese Quarterly Journal of Mathematics, Vol. 15 No.4.
13. Kutiel, H. (2003), "Dust Storms In The Middle East: Sources Of Origin And Their Temporal Characteristics", Indoor Built Environ, 12:419-426.
14. Martz, H.F. & Waller, R.A. (1982), "Bayesian Reliability Analysis", New York, John Wiley.

15. Pandey,B.N. & Dwivedi,N. & Bandyopadhyay,P. (2011), " Comparison Between Bayesian and Maximum Likelihood Estimation of Scale Parameter in Weibull Distribution With Known Shape under Linex Loss Function", Journal of Scientific Research,Vol.55,pp.163-172.
16. Zellner,A. (1971), "An Introduction to Bayesian Inference in Econometrics" , John Wiley &Sous , New York.