

# Computer Aided Design for Low Aberration Three Electrode Electrostatic Lens

**Prof.Dr. Samir khudhir Yassin**  
**Head of Computer Science Department-College of Education for Women**  
**Baghdad University**

## **ABSTRACT**

**A computational investigation is carried out in the field of charge particle optics with the aid of the numerical analysis method using personal computer. The work concerned with the design of three electrode unipotential electrostatic lens with low spherical and chromatic aberration .**

**The axial electrostatic potential distribution is determined by using polynomial functions of the third and fourth order from which the paraxial ray equation is solved to obtain the trajectory of particles that satisfy the suggested potential function.**

**From the knowledge of the first and second derivatives of the axial potential distribution the spherical and chromatic aberration are determined, the electrode shape of electrostatic lens was then determined from the solution of the paraxial ray equation.**

## تصميم حاسوبي لعدسة أحادية الجهد ثلاثية الأقطاب ذات زيوغ قليلة

أ.د.سمير خضر ياسين العاني  
رئيس قسم الحاسبات / كلية التربية للبنات / جامعة بغداد

### المستخلص

تم في هذا البحث إجراء دراسة نظرية في مجال البصريات الألكترونية بالإستعانة بطرائق التحليل العددي وباستخدام الحاسوب الشخصي وذلك لتصميم عدسة أحادية الجهد ثلاثية الأقطاب ذات قيم قليلة للزيوغ الكروي واللوني .

لقد تم تمثيل الجهد الكهروستاتيكي المحوري باستخدام دوال متعددة من الدرجة الثالثة والرابعة ومنها حلت معادلة الأشعة المحورية للحصول على مسار الجسيمات الذي يحقق دالة الشغل المفروضة ومن خلال معرفة المشتقة الأولى والثانية للجهد المحوري ومن حل معادلة الشعاع المحوري يتم حساب الخواص البصرية ومعاملات الزيوغ الكروي واللوني ومن ثم تم الحصول على شكل الأقطاب الذي يحقق قيم الزيوغ المقبولة .

### 1-المقدمة :-

البصريات الألكترونية هي فرع من فروع فيزياء الألكترون والذي يتعامل مع حركة الجسيمات المشحونة (الكترونات وأيونات ) في المجالين الكهربائي والمغناطيسي. يعد موضوع البصريات الألكترونية حديثاً نسبياً حيث أن اول من أثبت إمكانية تكوين صورة بواسطة الألكتروونات هو العالم ( H.Busch ) عام 1926 .

تعتبر النظريات التي وضعت لدراسة البصريات الضوئية ملائمة لحل مسائل البصريات الألكترونية حيث ولدت البحوث الأولى في العشرينات ثم تطورت بعد ذلك بصورة كبيرة . إن أي مجال كهروستاتيكي متماثل محورياً يمثل عدسة كهروستاتيكية حيث أن المجال الكهروستاتيكي ي نتج بواسطة نظام من الأقطاب وان لكل قطب جهد ملائم وبذلك تكون العدسة نظاماً ذات قطب متماثل محورياً [1][2].

إن تصميم منظومة بصرية للجسيمات المشحونة يتطلب معرفة توزيع المجالين الكهربائي والمغناطيسي حيث يمكن تقسيم المجالات إلى مجالات مستقرة ومجالات غير مستقرة .

يتركز العمل الحالي على المجالات الساكنة (المجالات الكهروستاتيكية ) وهي مجالات لا تتغير مع الزمن وأن المجالات ذات التغير البطيء يمكن اعتبارها مجالات مستقرة أو ساكنة ( Static ) أيضاً مثال على ذلك منظومات الإنحراف ( deflection systems ) الكهربائي والمغناطيسي فإن الترددات للمجالات المعتمدة على الزمن تكون واطئة ويمكن اعتبار التقريب شبه المستقر في هذه الحالة صحيحاً [4] [ 3 ] .

### 2-الجانب النظري :-

في حالة المجالات المستقرة فإن المجال الكهربائي  $E$  يحدد بواسطة الجهد الكهروستاتيكي (  $U$  )  
(Electrostatic Potential) فقط وحسب علاقة إنحدار الجهد التالية :-

$$E = -\nabla U \quad (1)$$

ومن خلال دمج المعادلة (1) مع قانون كاوس فإن:

$$\nabla \cdot E = \frac{\rho}{\epsilon_0}$$

حيث  $\rho$  هي كثافة شحنة الفضاء (Space charge density) وتقاس بوحدة  $(C/m^3)$  و  $\epsilon_0$  هي السماحية للفراغ (Permittivity of free space) وتساوي  $E_0 = 8.85 \cdot 10^{-12} \text{ F/m}^3$  وبذلك يمكن كتابة معادلة بواسون (Poisson's equation) كما يلي :-

$$\nabla^2 U = -\rho / \epsilon_0 \quad (2)$$

إن نظام العدسة هو متماثل دورانياً حول المحور (Axially symmetric) حيث يعد نظام الإحداثيات الأسطوانية (Cylinder Coordinate) هو النظام الأكثر ملائمة للمجال المتماثل دورانياً حيث إن المحور Z هو المحور البصري الذي يمثل محور التماثل ويبعد عن الجهد (U) في أي نقطة بثلاث إحداثيات  $(r, z, \theta)$  أي أن  $U = U(r, z, \theta)$  وبما أن النظام متماثل دورانياً فيمكن إهمال  $\theta$  أي تصبح U هي دالة إلى  $r, z$  كما في  $U(r, z)$ .

في حالة المجالات المتماثلة دورانياً وبإهمال شحنة الفراغ فإن الجهد يحقق معادلة لابلاس في نظام الإحداثيات الأسطوانية ويمكن كتابته بالصيغة [3].

$$\frac{\partial^2 U}{\partial z^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial U}{\partial r} + \frac{\partial^2 U}{\partial r^2} = 0 \quad (3)$$

ويكون حل المعادلة (3) على شكل متسلسلة أسية (power series) ذات أسس زوجية كما يأتي

$$U(r, z) = U_0(z) + U_2(z)r^2 + U_4(z)r^4 + \dots \quad (4)$$

حيث  $U_2, U_4$  تمثل المشقة الثانية والرابعة للجهد  $U_0$  [6].

أن معادلة الشعاع المحوري (paraxial-ray equation) تكتب بالصيغة [7][8] :

$$\frac{\partial^2 r}{\partial z^2} + \frac{U'(z)}{2U(z)} \frac{\partial r}{\partial z} + \frac{U''(z)}{4U(z)} r = 0 \quad (5)$$

أن المعادلة (5) هي المعادلة التي تصف حركة الجسيمات المشحونة في المجال الكهروستاتيكي المتماثل دورانياً وهي معادلة تفاضلية (Differential equation) متجانسة (Homogeneous) خطية (Linear) من الدرجة الثانية (Second-order).

أن قيم الزيوغ ( Aberration ) والتي تعتبر من العوامل الأساسية والمهمة لأي منظومة بصرية إذ أن من المهم أن يتم تصميم العدسة بحيث تعطي أقل قيم زيوغ للحصول على أفضل صورة , ولقد تم في هذا البحث إجراء التصميم للعدسة بحيث يعطي أفضل قيم للزيغ الكروي واللوني ( Spherical and Chromatic Aberration ) (Cs,Cc) إذ يعتبر هذان النوعان من الزيوغ هما المهيمنان على الأنواع الأخرى لمثل هذا النوع من العدسات ولحسابهما تم استخدام المعادلات التالية [9]:

$$C_s = \frac{U^{-1/2}(z_0)}{16r^4} \int_{z_0}^{z_i} \left\{ \left[ \frac{5}{4} \left( \frac{U''(z)}{U(z)} \right)^2 + \left( \frac{U'(z)}{U(z)} \right)^4 \right] r^4(z) + \frac{14}{3} \left( \frac{U'(z)}{U(z)} \right)^3 r'(z) r^3(z) - \frac{3}{2} \left( \frac{U'(z)}{U(z)} \right)^2 r^2(z) r'(z) \right\} U^{1/2}(z) dz \quad (6)$$

$$C_c = \frac{U^{1/2}(z_0)}{r_0^2} \int_{z_0}^{z_i} \left[ \frac{1}{2} \frac{U'(z)}{U(z)} r'(z) r(z) + \frac{U''(z)}{4U(z)} r^2(z) \right] U^{-1/2}(z) dz \quad (7)$$

### 3- الطريقة العكسية :-

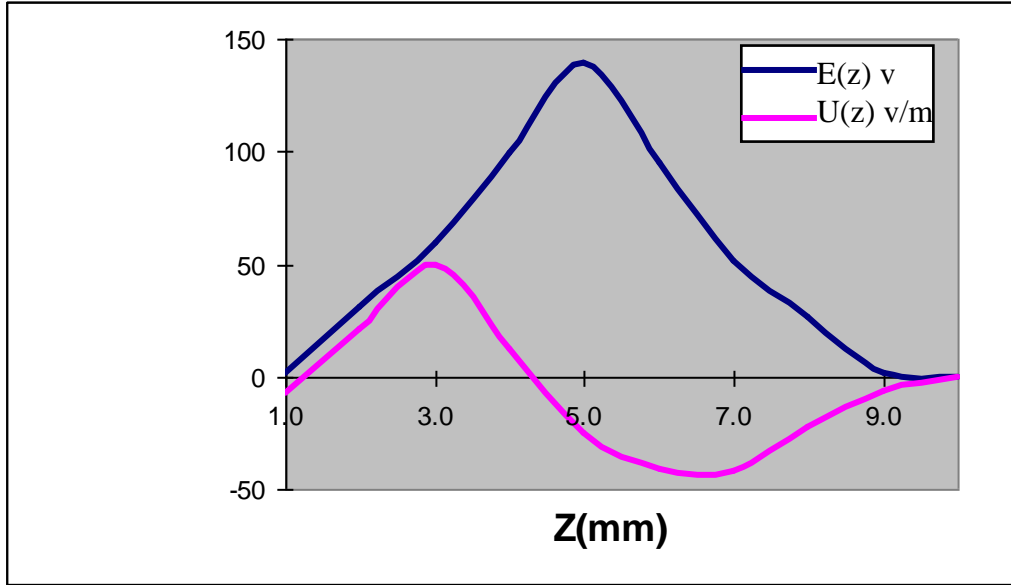
تعتمد هذه الطريقة على إيجاد قيم الزيوغ للعدسة والتي يمكن تحديدها بإيجاد التوزيع الأمثل للدوال المحورية مثل توزيع الجهد المحوري  $U(z)$  وتوزيع لمجال المحوري  $E(z)$  . لقد تركز البحث على محاكاة تصميم عدسة ثلاثية الأقطاب ذات زيوغ قليلة, استخدمت طرائق التحليل العددي وباستخدام برامج حاسوبية تم كتابتها بلغة فورتران 77.

في هذه الطريقة يتم حساب توزيع الجهد الكهروستاتيكي وتوزيع المجال المحوري الذي يحقق معادلة الشعاع المحوري (المعادلة 5) ومن ثم إيجاد الخواص البصرية ومعاملات الزيوغ اللوني والكروي والخطوة الأخيرة هي إيجاد شكل القطب الأمثل للعدسة والذي يحقق قيم الزيوغ القليلة وذلك بعد أن يتم إيجاد الجهد المحوري ومشتقاته الأولى والثانية حيث يتم حساب البعد عن المحور  $R$  من المعادلة (8) :

$$R^2 = \frac{4(U(z) - UE)}{U''(z)} \quad (8)$$

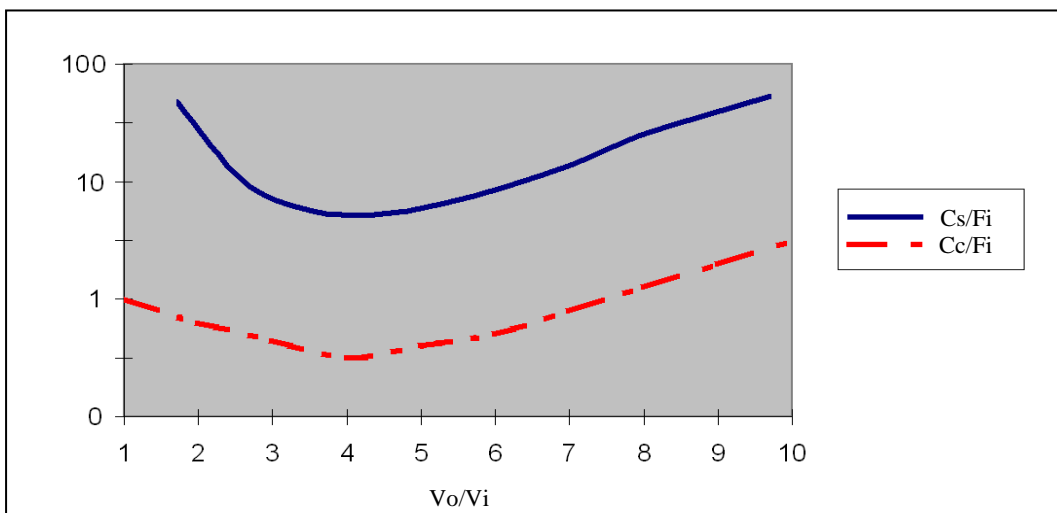
### 4- النتائج والمناقشة :-

الشكل (1) يمثل توزيع الجهد الكهروستاتيكي المحوري  $U(z)$  وتوزيع المجال الكهروستاتيكي المحوري  $E(z)$  للعدسة الاحادية الجهد أن توزيع الجهد المحوري يمتلك نقطتي إنقلاب عندما يصل المجال المحوري الى قيمته العظمى الموجبة والسالبة .



شكل (1) . توزيع الجهد الكهروستاتيكي المحوري  $U(z)$  ومشتقته الأولى  $E(z)$  للعدسة .

أن تغير معاملات الزيغ الكروي واللوني نسبة إلى البعد البؤري في جانب الصور  $C_s/F_i$ ,  $C_c/F_i$  على التوالي موضحة في الشكل (2) حيث تكون دالة إلى نسبة الجهد على جانبي الصورة والجسم  $V_0/V_i$  إذ يتضح من ذلك الشكل أن معامل الزيغ اللوني  $C_c/F_i$  أصغر من معامل الزيغ الكروي  $C_s/F_i$ , حيث نلاحظ أن هنالك قيم دنيا لكلا الزيغين عندما تكون  $V_0/V_i \approx 4$  حيث أن  $V_0$  و  $V_i$  هما الجهد على جانبي الجسم والصورة على التوالي.



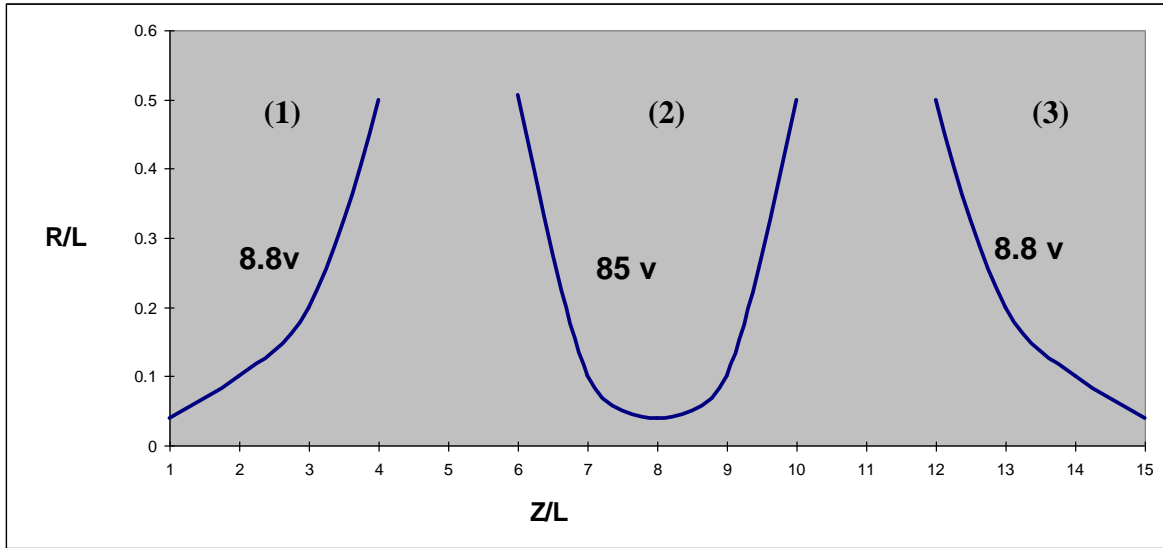
شكل (2). تغير  $C_c/F_i$ ,  $C_s/F_i$  مع نسبة الجهد  $V_0/V_i$

لقد تم إختيار شكل الأقطاب باستخدام المتسلسلة الأسية المبينة ادناه [9] :

$$U(r, z) = U(z) - U''(z) \frac{r^2}{4} \dots \dots \dots (9)$$

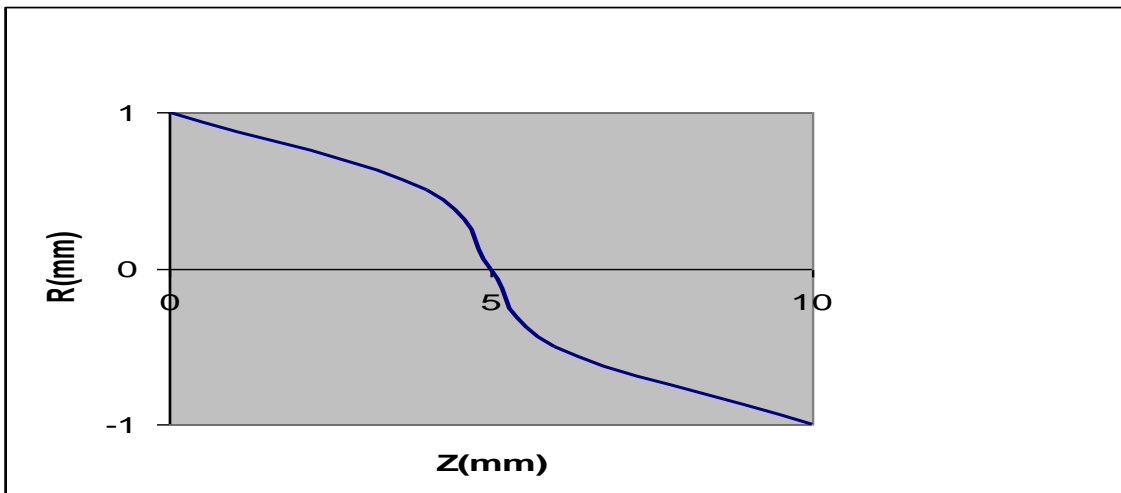
والشكل (3) يمثل شكل الأقطاب ببعدين حيث نلاحظ من الشكل أن الأقطاب الخارجية الأول والثالث هي أقطاب متماثلة أو متناظرة وكل منها يملك الجهد نفسه أما القطب المركزي فإنه يملك شكلاً وجهداً مختلفين وتكون قيمته أكبر من جهد القطبين الأول والثالث , أن ارتفاع الأقطاب يساوي 0.4 من طول العدسة الكلي والمسافة بين القطب الأول والثاني (Gap) تساوي المسافة بين القطب الثاني والثالث تساوي 0.05 من طول العدسة الكلي , أن الحزمة الألكترونية تدخل باتجاه القطب الأول وتكون موازية للمحور البصري وتخرج من القطب الثالث بشكل موازي للمحور البصري أيضاً بمسافة

$$R_{in} = 0.012 L \quad R_{out} = 0.044 L$$



شكل (3). شكل الأقطاب للعدسة الكهروستاتيكية الأحادية الجهد

تم إيجاد مسارات الجسيمات للعدسة والشكل (4) يمثل مسار الجسيمات المشحونة عندما يكون التكبير (M) مساوياً للواحد (M=1) حيث أن الشعاع يدخل العدسة موازياً للمحور البصري في جانب الجسم ويخرج موازياً للمحور البصري في جانب الصورة .  
من النتائج اعلاه يمكن الاستنتاج بان العدسة المصممة تمتلك قيم للزيغ الكروي اعلى من قيم الزيغ اللوني وان هنالك قيمة دنيا للزيغ الكروي واللوني عند نسبة تكبير مساوية تقريبا 4 .



1. Juma S. M. , Ahmad A. K. and Qaseer L. M. W. (2000), " An electrostatic lens system design for telescopic mode " , J. Col. Education,5,1-11.
2. Al-Mudarris F. A.,(2001)," Computer aided design of an ion optical transport and focusing system". Ph. D. thesis , Al-Nahrain University, college of science.
3. Zhigarev A.,(1975), "Electron optics and electron beam devices " ,(Mir Publisher : Moscow).
4. Septier A.,(1980),"Applied charged particles optics " , Part A, (Academic Press :New York).
5. Hawkes P.W. and Kasper E. ,(1989), "Principles of electron optics", Vol.1(Academic Press : London).
6. El-Karch A.B.and El- Karch J.C.J. ,(1970), "Electron beam lenses and optics " , (Academic Press: New York and London ) Vol.1 .
7. Szilagyi M. , Yakowitz S. J. and Duff M. O. (1984)," Procedure for electron and ion lens optimization " , Apple. Phys. Lett,Vol.44,No.7 .
8. Hawkes P.W. and Kasper E., (1989)," "Principles of electron optics", Vol.1 (Academic Press : London).
9. Rempfer G.F., Eyfield M.S. and Griffith O.H., (1998)," Lenses for electron microscopy and micro analysis " , Microsc ,Micro anal , Vol.4 , no.2 , pp. 34-49